2023(令和 5)年度入学試験問題

数　学

（注意）解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

盈進高等学校

1

(1) 次の計算をしなさい。

① $6-8-(-3)^2$

② $3(3x-1)-2(x-2)$

③ $\dfrac{1}{4}(x+3y)-\dfrac{3x-y}{3}$

④ $\sqrt{24}\div\sqrt{8}+\sqrt{12}$

⑤ $(x+4)(x-4)+(x-1)(x+1)$

(2) 次の問いに答えなさい。

① $x^2+3x-28$ を因数分解しなさい。

② $4x^2-20xy+25y^2$ を因数分解しなさい。

③ 方程式 $3x+2=5x+6$ を解きなさい。

④ 連立方程式 $\begin{cases}3x+y=4\\x-2y=13\end{cases}$ を解きなさい。

⑤ 2 次方程式 $x^2-5x-14=0$ を解きなさい。

⑥ 2 次方程式 $(x+1)^2=3$ を解きなさい。

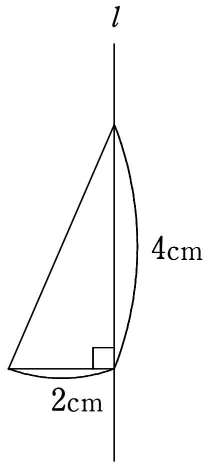
⑦ 図形を，1 つの直線を折り目として，2 つに折ったとき，折り目の両側の部分がぴったり重なれば，その図形を $\boxed{}$ な図形という。空欄に当てはまる言葉を答えなさい。

⑧ n を自然数とするとき，$3<\sqrt{n}<6$ を満たす n の値は何個あるかを求めなさい。

⑨ 男子 5 人，女子 4 人のグループでテストを行ったところ，男子の平均点は a 点，女子の平均点は b 点であった。このとき，グループ全体の平均点は何点であったかを求めなさい。

⑩　仕入れ値の 3 割増しの定価がついている商品を，定価から 20 円引きして売ったところ，利益が 100 円あった。この商品の定価を求めなさい。

⑪　次の図の直角三角形を，直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とします。



2

次の表は，A 中学校の生徒 40 人と B 中学校の生徒 80 人の通学時間を調べ，度数分布表に整理したものである。下の問いに答えなさい。

通学時間(分)	A 中学校(人)	B 中学校(人)
0以上～5未満	0	4
5～10	6	10
10～15	7	16
15～20	15	20
20～25	6	25
25～30	6	5
計	40	80

(1)　B 中学校の通学時間の最頻値を求めなさい。

(2)　A 中学校の通学時間が 20 分未満の生徒の相対度数を求めなさい。

(3)　上の度数分布表について述べた文として正しいものを，次の**ア**～**エ**の中から<u>**すべて**</u>選び，記号で答えなさい。

ア　A 中学校と B 中学校の，通学時間の中央値は同じ階級にある。
イ　A 中学校より B 中学校の方が，通学時間の範囲が小さい。
ウ　A 中学校より B 中学校の方が，通学時間が15分未満の生徒の相対度数が大きい。
エ　階級の幅は，30 分である。

計 算 用 余 白

――自由に使ってください ――

3

　次の図のような，1 辺の長さが 2 cm の正三角形 ABC がある。点 P，Qは 次のルールに従って，移動する。下の問いに答えなさい。

《ルール》

① 1 つのさいころを 2 回投げる。

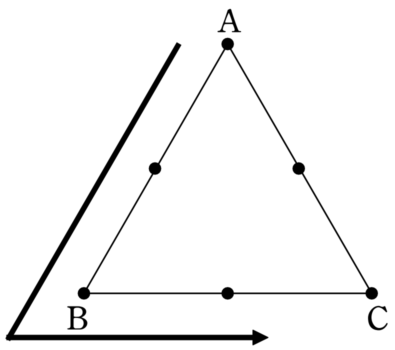
② 1 回目に出た目の数が x のとき，点 P は頂点 A から正三角形 ABC の辺上を反時計回りに x cm 進む。

③ 2 回目に出た目の数が y のとき，点 Q は点 P から正三角形 ABC の辺上を反時計回りに y cm 進む。

(1) 点 Q が頂点 A の位置である目の出方は全部で何通りあるか求めなさい。

(2) 点 Q が正三角形 ABC の頂点の位置である確率を求めなさい。

(3) 3 点 A，P，Q を結んだとき，正三角形になる確率を求めなさい。

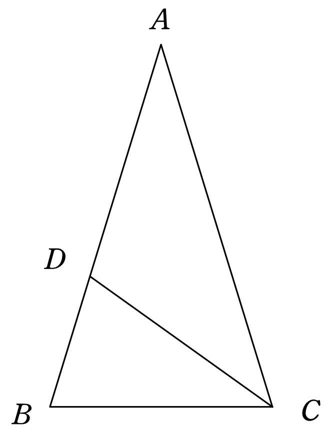


計算用余白

——自由に使ってください ——

4

　次のような $AB=AC$，$BC=AD=CD$，$BC=1$ cm の図形があります。
下の問いに答えなさい。



(1)　$\angle ADC$ の大きさを求めなさい。

(2)　BD の長さを求めなさい。

(3)　AC の長さを求めなさい。

計算用余白

——自由に使ってください——

5

1から順に自然数が1つずつ書かれているカードがある。次の表のように，これらのカードを書かれている数の小さい順に1行目の1列目から矢印に沿って並べていきます。
下の問いに答えなさい。

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目	6列目	7列目
1行目	1	2	3	4	5	6	7
2行目	14	13	12	11	10	9	8
3行目	15	16	17	18	19	20	21
4行目	・・	・・	・・	・・	・・	23	22
・							

(1)　6行目の5列目のカードに書かれている数を求めなさい。

(2)　9行目のカードに書かれている数をすべて足すといくつになるか求めなさい。

(3)　n行目の4列目のカードに書かれている数を，nを用いた式で表しなさい。

計 算 用 余 白

——自由に使ってください ——

6

花子さんは，数学クラブの藤井先生から次の問題を考えるように言われました。

問題　連続する 3 つの奇数の和は，必ず $\boxed{A}$ の倍数になる。 また，連続する 3 つの奇数の和は，中央の奇数の $\boxed{B}$ 倍となる。

問．次の文章を読んで，$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{セ}$ に当てはまる数字，文字式を答えなさい。

花子：連続する 3 つの奇数っていうと，例えば 3，5，$\boxed{ア}$ とか。
21，23，$\boxed{イ}$ ですよね。

先生：そうだね。今、君が言ったそれらの和はそれぞれいくつになるかな。

花子：えっと。$\boxed{ウ}$ と $\boxed{エ}$ です。ということは，$\boxed{A}$ に入る数字は，$\boxed{オ}$ です。

先生：予想するのは数学では大切なことですね。でも……

花子：はい，数学では証明が必要ですよね。

先生：その通りです。では，証明してみましょうか。

花子：文字を使って証明する方法ですよね。私，苦手です。

先生：大丈夫。難しくないですよ。まず，連続した 3 つの奇数を文字に置き換えてみよう。
n を整数とすると，連続する 3 つの奇数は，小さい順に並べると
$2n+1$，$\boxed{カ}$，$\boxed{キ}$ と表されるから…

花子：わかりました。後は私がやります。

$(2n+1)+\boxed{カ}+\boxed{キ}=\boxed{ク}$　これを因数分解すると $\boxed{ケ}$ となります。

$\boxed{コ}$ は整数となるため，連続した 3 つの奇数の和は $\boxed{オ}$ の倍数になります。

あっ、さらに $\boxed{\text{カ}}$ は中央の奇数だから，$\boxed{\text{ケ}}$ は中央の奇数の $\boxed{\text{サ}}$ 倍となるので，問題の $\boxed{B}$ に入る数字は $\boxed{\text{サ}}$ となります。

先生：その通りです。よくできました。では，もう 1 問いこうか。

問題　連続する 5 つの奇数の和は，必ず $\boxed{C}$ の倍数になる。また，連続する 5 つの奇数の和は，中央の奇数の $\boxed{D}$ 倍となる。

花子：さっきの考え方を応用すればいいですね。……　わかりました！
$\boxed{C}$ の中に入る数字は $\boxed{\text{シ}}$ で，$\boxed{D}$ の中に入る数字は $\boxed{\text{ス}}$ です。

先生：その通りです。よくできました。
では，もう 1 問いこうか。

問題　連続する 6 つの奇数の和は，必ず $\boxed{E}$ の倍数になる。ただし，$\boxed{E}$ には最も大きな数を答えなさい。

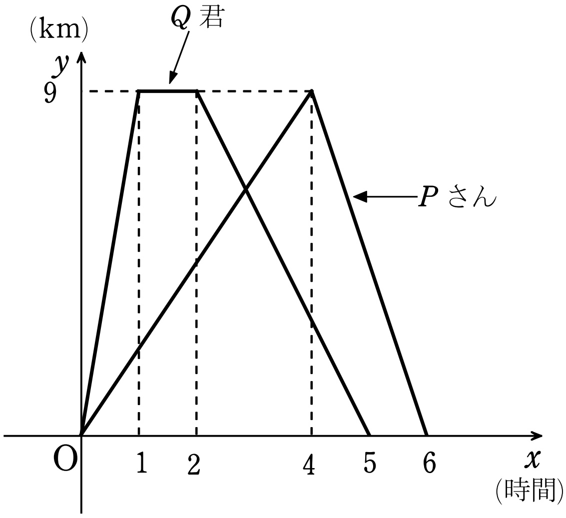
花子：さっきとあまり変わらない問題ですね。最後の最も大きな数を答えなさいってのが，気になるけど……たくさんあるってことかな……
文字式の考え方を使って……　わかりました！
$\boxed{E}$ の中に入る数字は $\boxed{\text{セ}}$ です。

先生：素晴らしい！よくできました。では，もう 1 問いこうか。

花子：先生，今日はそれくらいにして下さい。でも，数学は面白いですね。

7

次のグラフは，9 km 離れた 2 地点 A ，B 間を P さんと Q 君が A 地点を同時に出発して往復した様子を示したものである。x は P さんと Q 君が A 地点を出発してからの時間を，y は A 地点からの道のりを表している。



(1)　P さんが A 地点を出発して B 地点に着くまでの x と y の関係式を求めなさい。

(2)　Q 君が，B 地点から A 地点にもどるときの速さは毎時何 km ですか。また，この間の x と y の関係式を求めなさい。

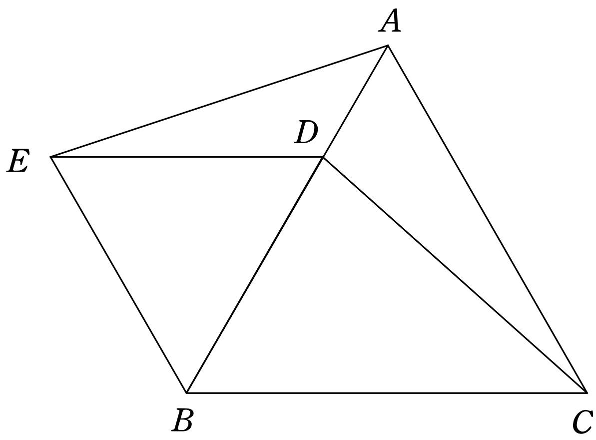
(3)　Q 君は，B 地点から A 地点にもどる途中，P さんと出会いました。その地点は，B 地点から道のりが何 km の地点かを答えなさい。

計 算 用 余 白

——自由に使ってください——

8

次の図のように，正三角形 ABC があり，辺 AB 上に点 D をとります。また，正三角形 ABC の外側に正三角形 DBE を作ります。このとき，$\triangle BCD \equiv \triangle BAE$ であることを次のように証明しました。$\boxed{}$ を埋めて，証明を完成させなさい。



【証明】

$\triangle BCD$ と $\triangle BAE$ において

$\triangle ABC$ と $\triangle BDE$ は正三角形だから

$BC = BA$ ……①

$\boxed{ア} = \boxed{イ}$ ……②

$\angle\boxed{ウ} = \angle\boxed{エ} = \boxed{オ}°$ ……③

①，②，③より，$\boxed{\quad カ \quad}$ から

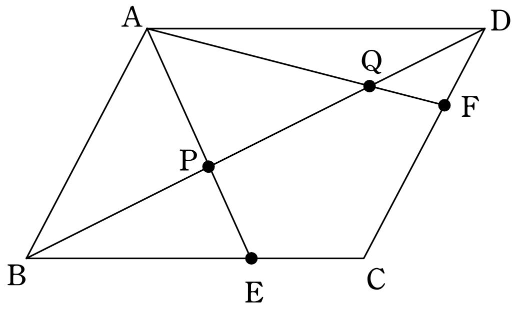
$\triangle BCD \equiv \triangle BAE$

計 算 用 余 白

——自由に使ってください ——

9

次の図のように，平行四辺形 $ABCD$ の辺 BC， CD 上にそれぞれ点 E，F をとり，$BE:EC=2:1$， $CF:FD=2:1$，平行四辺形 $ABCD$ の面積は 80 cm^2 とします。
直線 AE，AF と対角線 BD との交点をそれぞれ P，Q とします。
下の問いに答えなさい。ただし，最も簡単な整数比で求めなさい。



(1) $AD:BE$ を求めなさい。

(2) $AQ:QF$ を求めなさい。

(3) $BP:PQ:QD$ を求めなさい。

(4) $\triangle APQ$の面積を求めなさい。

計 算 用 余 白

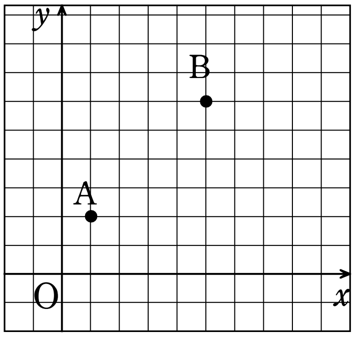
——自由に使ってください ——

10

花子さんと太郎くんは，数学クラブの藤井先生から次の問題を考えるように言われました。

先生：「下の図を参考にして問題をつくってみましょう。」

座標平面上に2点 A（1，2），B(5，6)があります。
1つのさいころを2回投げて，1回目に出た目の数を m，2回目に出た目の数を n とするとき，
座標（m，n）である点をPとします。
ただし，座標軸の単位の長さは1cmとします。



太郎：先生，僕から発表していいですか？

先生：どうぞ。

太郎：はい，「点Pが直線AB上にくるのは何通りありますか」でどうですか。

花子：それなら自信があるよ。全部で $\boxed{\text{ア}}$ 通りだね。

太郎：正解です。良く出来ました。

先生：花子さんは，何か問題が出来たかな？

花子：はい，出来ました。「3点A，P，Bを結ぶと三角形になるのは何通りありますか」でどうですか。

太郎：点Pが直線 $\boxed{\text{イ}}$ 上にあるときは三角形にならないよね。だから $\boxed{\text{ウ}}$ 通りだね。

花子：正解です。

先生：二人とも良い問題をつくったね。では最後に先生から問題を出します。ヒントはありませんから，しっかり考えてください。

「△ABPの面積が $8\,\text{cm}^2$ になるのは何通りありますか」

太郎：難しそうだけどチャレンジしてみよう！

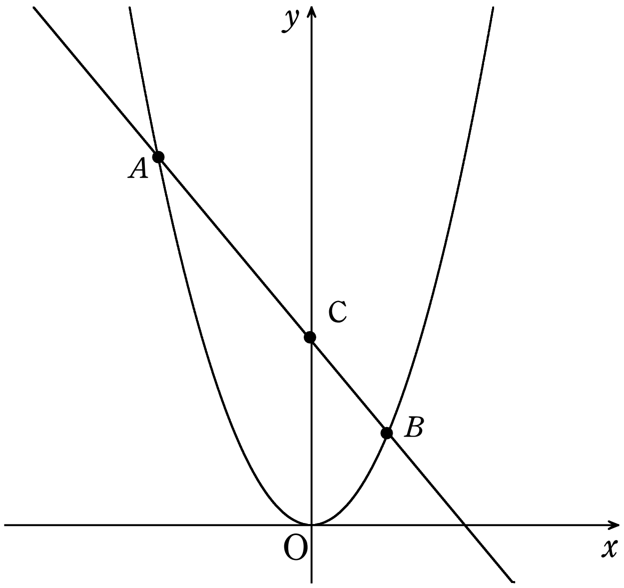
(1) $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまる数字を答えなさい。

(2) $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる直線の式を答えなさい。また， $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数字を答えなさい。

(3) △ABPの面積が $8\,\mathrm{cm}^2$ になるのは何通りか求めなさい。

11

次の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフの上に2点 A ，B があり，その x 座標はそれぞれ -4 ，2 です。また，直線 AB と y 軸の交点を C とします。下の問いに答えなさい。
ただし，座標軸の単位の長さは 1 cm とします。



(1) 関数について述べた文として最もふさわしいものを，次の**ア**～**ウ**の中から選び，記号で答えなさい。

ア 2 つの変数 x ，y があって， x の値を決めると， それに対応する y の値が 1 つに決まるとき， y は x の関数であるという。

イ 2 つの変数 x ，y があって，その値をグラフにしたものを，y は x の関数であるという。

ウ 2 つの変数 x ，y があって， x と y の関係式で表したものを， y は x の関数であるという。

(2) 直線 OB の傾きを求めなさい。

(3) $\triangle OAC$ の面積を求めなさい。

(4) $\triangle OAC$ と $\triangle BCD$ の面積が等しくなるように， y 軸の負の部分に点 D をとる。このとき，点 D の y 座標を求めなさい。

(5) (4)の 点 D のとき，点 D を通り，$\triangle ABD$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

計 算 用 余 白

――自由に使ってください ――