

# 2022(令和 4)年度入学試験問題

## 数 学

(注意) 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

盈進高等学校

**1**

(1) 次の計算をなさい。

①  $14 + 4 \div (-2)^2$

②  $2(3a + 5b) - 3(a - 3b)$

③  $\frac{5x^2 - 2x}{3} - \frac{6x^2 - 3x}{4}$

④  $\sqrt{27} + \sqrt{48} + \sqrt{75}$

⑤  $(3x - 2)(x + 4) - (x + 1)(x - 1)$

(2) 次の式を因数分解しなさい。

①  $4x^2 - 12x + 9$

②  $8x^2 - 98y^2$

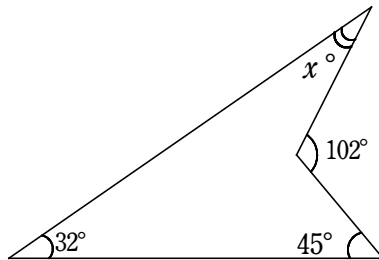
## 計算用余白

——自由に使ってください——

**2**

次の問いに答えなさい。

- (1)  $-5$ の絶対値を求めなさい。
- (2) 方程式  $4x+5=x-3$ を解きなさい。
- (3) 連立方程式  $\begin{cases} x+4y=-1 \\ -2x+y=11 \end{cases}$  を解きなさい。
- (4) 2次方程式  $x^2+7x+6=0$  を解きなさい。
- (5) 2次方程式  $(x+6)^2=28$  を解きなさい。
- (6) 八角形の内角の和を求めなさい。
- (7) 下の図の  $\angle x$  の大きさを求めなさい。



- (8) 中心角  $120^\circ$  , 半径  $4\text{cm}$  のおうぎ形の面積を求めなさい。  
ただし, 円周率は  $\pi$  とします。
- (9) Aさんは, 家から B市まで自動車で行きました。行きの速度は時速  $40\text{km}$  で, 帰りの速度は時速  $60\text{km}$  でした。このとき, 往復の平均速度は時速何  $\text{km}$  を求めなさい。
- (10) 関数  $y=ax^2$  は,  $x$  の値が  $-1$  から  $6$  まで増加するときの変化の割合が  $5$  でした。このとき,  $a$  の値を求めなさい。
- (11)  $450\text{g}$  の水に  $x\text{g}$  の食塩を溶かすと  $10\%$  の食塩水ができました。  
このとき,  $x$  の値を求めなさい。

## 計算用余白

——自由に使ってください——

3

次の表は、3年A組40人の10点満点の数学の得点を度数分布表に整理したものです。  
下の問いに答えなさい。

得点(点)	3	4	5	6	7	8	9	計
度数(人)	3	4	7	7	10	5	4	40

- (1) 40人の得点の中央値を求めなさい。
- (2) 40人の得点の最頻値を求めなさい。
- (3) 40人の得点の平均値を求めなさい。
- (4) この度数分布表から読みとれることとして適切なものはどれですか。次のア～エからすべて選び、記号で答えなさい。
  - ア 40人の得点の範囲は6点である。
  - イ 全体の25%以上の生徒が8点以上である。
  - ウ 全体の半分以上の生徒が平均値以下である。
  - エ 相対度数が最も高い得点は8点である。

## 計算用余白

——自由に使ってください——

4

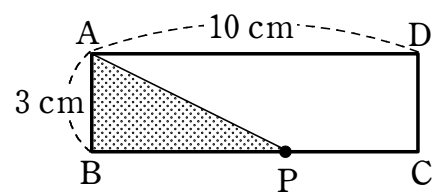
大小2個のサイコロを同時に1回投げます。大きいサイコロの目を  $a$  , 小さいサイコロの目を  $b$  とし、関数  $y = \frac{a}{b}x$  のグラフを考えます。次の問いに答えなさい。

- (1) 関数  $y = \frac{a}{b}x$  の傾きが最も大きくなるときの、 $a, b$  の値をそれぞれ求めなさい。
- (2) 関数  $y = \frac{a}{b}x$  が  $y = 2x$  となるときの確率を求めなさい。
- (3) 関数  $y = \frac{a}{b}x$  の傾きが  $\frac{3}{4}$  以下になるときの確率を求めなさい。

5

点  $P$  は、右の図のような長方形  $ABCD$  の辺  $BC$  ,  $CD$  上を、 $B$  から  $C$  までは秒速  $2\text{ cm}$  で動き、 $C$  から  $D$  までは秒速  $1\text{ cm}$  で動きます。

点  $P$  が  $B$  を出発してから  $x$  秒後の  $\triangle ABP$  の面積を  $y\text{ cm}^2$  とします。次の問いに答えなさい。



- (1)  $x$  の変域を求めなさい。
- (2) 点  $P$  が  $B$  から  $C$  まで動くとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- (3) (1)のとき、 $x$  と  $y$  の関係をグラフに表しなさい。



## 計算用余白

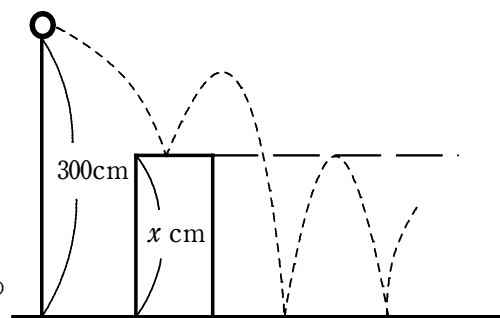
——自由に使ってください——

6

あるボールを地面に落とすとき、そのボールは落とした高さの  $\frac{3}{4}$  までにはね上がります。

また、直方体の箱の上ではねるときは地面ではねるとき  $\frac{2}{3}$  までしかはね上がらないことがわかっています。

右の図のように、地面から  $300\text{cm}$  の高さから直方体の箱の上で1度はずむようにボールを落としました。すると、2回目にはね上がるとき、ボールは直方体の箱と同じ高さまでにはね上がりました。



直方体の箱の高さを  $x\text{ cm}$  とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) ボールを落とし、1回目にはね上がったとき、最も高いボールの位置は地面から何cmですか。  
 $x$  を用いて表しなさい。
- (2)  $x$  の値を求めなさい。
- (3) ボールを落としてから、はね上がったボールの最も高い位置が、初めて地面から  $100\text{cm}$  より低くなるのは、何回目にはね上がったときですか。

## 計算用余白

——自由に使ってください——

7

盈子さんは、数学クラブ顧問の藤井先生から次の問題を考えるように言われました。

**問題** 5以上の双子素数を考える。これらの2つの素数の間の自然数は何の倍数か答えなさい。

問. 次の文章を読んで、 ~  に当てはまる数字，文字式を答えなさい。ただし，解答が複数考えられる場合は，そのうちの最も大きい数を答えなさい。

また， <  ，  <  とします。

盈子：双子素数って何ですか。先生。

先生：双子素数の前に，素数は知っているかな。

盈子：はい。それは知っています。中学校で学習しました。1より大きい自然数で正の約数が1と自分自身のみである数のことを素数と言います。最も小さい素数は です。

先生：そうだね。よく勉強しているね。その素数の中には，3と5，5と7，11と13，……のように，その間隔が2となっているペアがあるよね。そのペアのことを双子素数と呼ぶんだ。

盈子：ということは，小さい順に双子素数を挙げていくと，3と5，5と7，11と13， と ， と ，41と43，……これ以上は難しいです。

先生：数が大きくなるにつれて難しくなるね！その双子素数の間にある自然数は，小さい方から考えると4，6，12，18，30，42， ，72，102，……となります。問題は5以上の双子素数の間にある自然数は何の倍数かを聞いていますね。

最初の4を除き，これらの数はすべて の倍数となってることがわかるよね。確かめてみようか。

盈子：文字を使って証明する方法ですよ。私，苦手です。

先生：大丈夫。難しくないよ。まず、5以上の双子素数の小さい方を  $n$  とすると、もう一方は

$n$  と  $n+2$  は奇数だから、その間の  $n+1$  は  $2$  の倍数になるね。それでは、 $n+1$  が  $n+2$  の倍数になっていることを確かめるよ。  
 $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$  は連続した3つの自然数だからこの中には、1つだけ  $3$  の倍数があるね。

盈子：はい。連続した3つの自然数だから、例えば、4, 5, 6や10, 11, 12ですね。

確かにこの中には、1つだけ  $3$  の倍数があります。

先生：さらに、 $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$  のうち、 $n$ ,  $n+2$  は5以上の素数だから、 $3$  の倍数ではないよね。したがって、 $n+1$  が  $3$  の倍数だよ。

よって、 $n+1$  は  $2$  の倍数かつ  $3$  の倍数だから  $6$  の倍数だね。

盈子：なるほど。理解しました。面白いですね。

先生：素数はまだまだ分かっていないことも多い不思議な数なんだ。素数は無数に存在することは証明されているけど、双子素数が無数に存在するかそうでないかは未だに数学の未解決問題なんだ。

盈子：数学って海より深いですね。

8

正四角すい  $ABCDE$  において、頂点と底面の正方形の対角線の交点を結ぶ直線は、底面に垂直となります。このことを次のように証明しました。□を埋めて、証明を完成させなさい。

【証明】

正四角すい  $ABCDE$  において、底面  $BCDE$  の対角線の交点を  $O$  とする。

$\triangle ABO$  と  $\triangle ADO$  において

$$AB = \square{\text{ア}} \dots\dots ①$$

四角形  $BCDE$  は正方形であるから

$$BO = \square{\text{イ}} \dots\dots ②$$

共通な辺であるから

$$AO = \square{\text{ウ}} \dots\dots ③$$

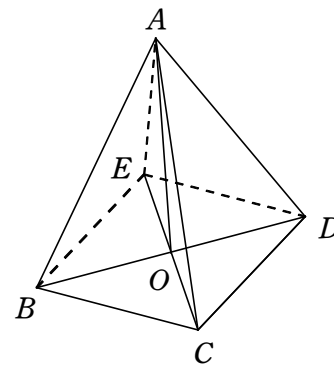
①, ②, ③より, □  
エ

$$\triangle ABO \square{\text{オ}} \triangle ADO$$

$$\text{したがって, } \angle AOB = \angle \square{\text{カ}} \text{ から } \angle AOB = \angle \square{\text{カ}} = \square{\text{キ}}^\circ$$

$$\text{同じように, } \triangle ACO \text{ と } \triangle AEO \text{ において } \angle AOC = \angle \square{\text{ク}} = \square{\text{キ}}^\circ$$

$AO$  と  $BD$ ,  $AO$  と  $CE$  は互いに □  
ケ



計算用余白

——自由に使ってください——

9

図1のような水の入った直方体の容器があります。次の問いに答えなさい。

- (1) 図2のように、図1の容器を横にしたとき、水の高さを求めなさい。
- (2) 図3のように、図1の容器を傾けたとき、面  $AEFB$  の水に接している部分の面積を求めなさい。
- (3) 図4のように、図3の状態、この容器の中に半径  $2\text{cm}$  の球を沈めました。このとき、面  $AEFB$  の水に接している部分の面積を求めなさい。ただし、円周率は $\pi$ とします。

図1

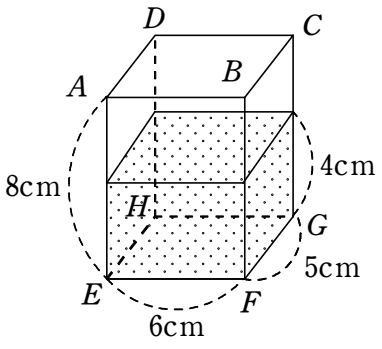


図2

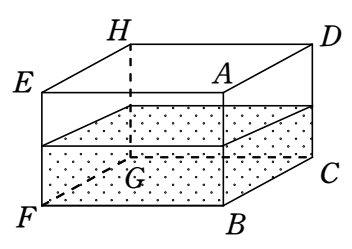


図3

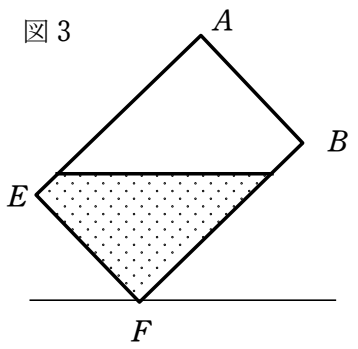
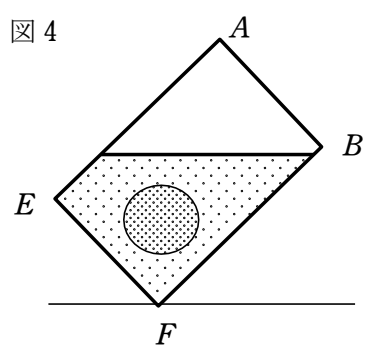


図4



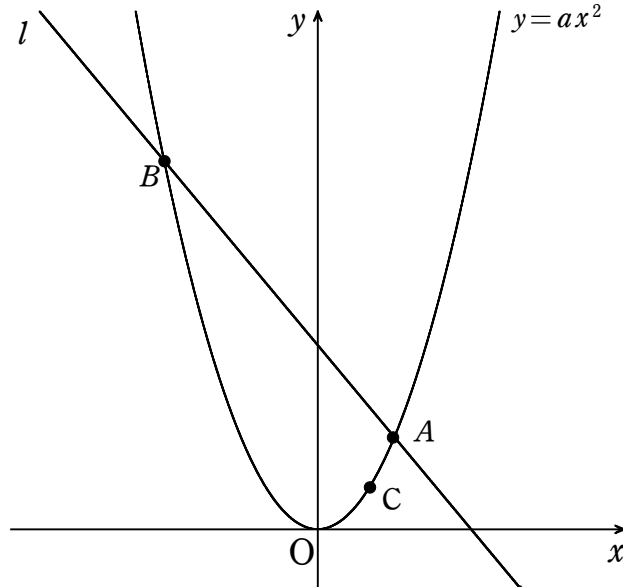


## 計算用余白

——自由に使ってください——

10

次の図のように、放物線  $y=ax^2$  と直線  $l$  が 2点  $A$  ,  $B$  で交わっています。点  $A$  の座標が  $(2, 4)$  であり、点  $B$  と放物線上の点  $C$  の  $x$  座標がそれぞれ  $-4$  ,  $1$  であるとき、あとの問いに答えなさい。



- (1)  $a$  の値を求めなさい。
- (2) 点  $C$  を通り、直線  $l$  と平行な直線  $m$  の方程式を求めなさい。
- (3) (2)の直線  $m$  と放物線の交点のうち、 $C$  でない点を  $D$  とします。このとき、 $AB : CD$  を最も簡単な整数比で求めなさい。

## 計算用余白

——自由に使ってください——