

2021(令和3)年度入学試験問題

数 学

(注意) 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。

盈進高等学校

1 次の計算をしなさい。

① $-2 + 8 \div \frac{1}{2}$

② $3(5a + b) - (6a - 2b)$

③ $\frac{3x - y}{3} - \frac{x - 3y}{4}$

④ $\sqrt{28} + \frac{42}{\sqrt{7}}$

⑤ $x^2 - 5x - 6$ を因数分解しなさい。

2 次の問いに答えなさい。

① 方程式 $-2x + 6 = 3x + 16$ を解きなさい。

② 連立方程式 $\begin{cases} 2a - 3b = 1 \\ 3a + 2b = 8 \end{cases}$ を解きなさい。

③ 2次方程式 $(x - 5)^2 - 7 = 0$ を解きなさい。

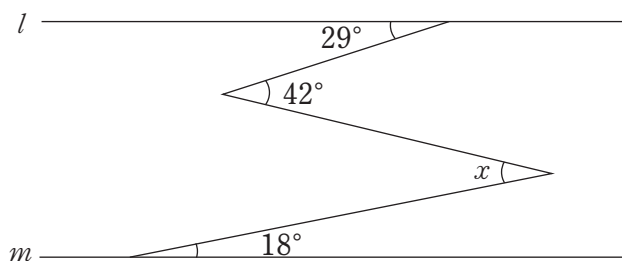
④ $a = -3$ のとき、 $(2a - 3)^2 + 4(3a - 1)$ の値を求めなさい。

⑤ 定価3000円の品物を a 割引で買ったときの代金を a を使って表しなさい。
ただし、消費税は考えないものとします。

⑥ 関数 $y = 3x - 2$ について、 x の値が3から5まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

⑦ $\frac{8400}{n}$ が自然数の平方となるような、最も小さい自然数 n を求めなさい。

⑧ 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。ただし、 $l \parallel m$ とします。



⑨ 直方体 $ABCD - EFGH$ があります。辺 AB とねじれの位置にある辺は何本かを求めなさい。

⑩ 対頂角、錯角、同位角のうち、常に角度が等しくなるものをすべて選びなさい。

⑪ x についての2次方程式 $x^2 + ax - 12 = 0$ の解の1つが -2 であるとき、 a の値を求めなさい。また、この方程式のもう1つの解を求めなさい。

計算用余白

—自由に使ってください—

3 盈子さんと進次くんが話をしています。

進次：昨日、おじいちゃんが「今年の夏は暑いな。50年前の夏はこんなことはなかった。」って言って
いたんだ。本当に暑くなっているのかな。

盈子：じゃあ、東京オリンピックのあった1964年と2019年の8月の福山市の気温を比べてみましょう。

進次：データは気象庁のHPを見てみよう。

表1は、1964年と2019年の8月の福山市の最高気温と最低気温です。数値は、気象庁のHPの値の小数第一位を四捨五入して整数の値で表しています。

【表1】

	1964年		2019年	
	最高	最低	最高	最低
8月1日	34	25	34	25
8月2日	36	27	36	25
8月3日	35	25	35	26
8月4日	36	25	35	26
8月5日	36	26	37	25
8月6日	33	24	29	26
8月7日	35	24	35	25
8月8日	34	23	34	25
8月9日	35	25	34	24
8月10日	34	24	36	24
8月11日	35	24	36	25
8月12日	34	23	37	26
8月13日	36	23	38	28
8月14日	35	24	36	27
8月15日	36	25	30	26
8月16日	36	25	33	26
8月17日	36	25	33	24
8月18日	34	25	34	23
8月19日	34	25	29	25
8月20日	35	24	30	25
8月21日	35	24	32	25
8月22日	35	27	33	25
8月23日	34	26	31	24
8月24日	29	25	29	22
8月25日	32	25	29	20
8月26日	32	23	30	20
8月27日	31	21	26	22
8月28日	33	22	27	23
8月29日	30	25	29	21
8月30日	33	23	29	22
8月31日	34	23	29	21
平均	34.1	24.4	32.4	24.2

進次：最低気温の平均値はあまり変わらないけど、最高気温の平均値は2019年の方が低いね。意外だな。
盈子：中央値や最頻値も求めてみましょうよ。

問. 2人は、表1をもとに代表値を表2のようにまとめてみました。 ~ に当てはまる数字を答えなさい。

【表2】

	最高気温 (1964年)	最低気温 (1964年)	最高気温 (2019年)	最低気温 (2019年)
平均値	34.1℃	24.4℃	32.4℃	24.2℃
中央値	34℃	25℃	<input type="text" value="ア"/> ℃	25℃
最頻値	34℃、35℃	25℃	<input type="text" value="イ"/> ℃	25℃
最大値	36℃	27℃	<input type="text" value="ウ"/> ℃	28℃
最小値	29℃	21℃	<input type="text" value="エ"/> ℃	20℃

進次：猛暑日や熱帯夜ってよく聞くけど、何なのかな。

盈子：猛暑日は最高気温が35℃以上の日で、熱帯夜は夕方から翌朝までの最低気温が25℃以上の夜のことよ。四捨五入していないデータを見て猛暑日や最低気温が25℃以上の日が何日あるか数えてみましょう。

表3は、1964年と2019年の8月の福山市の最高気温と最低気温です。
 数値は気象庁のHPの値のまま、小数第1位までの数値となっています。

【表3】

	1964年		2019年	
	最高	最低	最高	最低
8月1日	34.0	24.9	34.2	24.6
8月2日	35.9	26.6	36.0	24.5
8月3日	35.3	24.8	35.2	25.5
8月4日	35.5	25.4	34.6	26.1
8月5日	36.1	26.0	37.1	25.1
8月6日	33.0	24.2	29.4	26.3
8月7日	34.7	23.7	35.0	25.4
8月8日	34.1	23.2	34.1	24.7
8月9日	35.3	24.9	34.3	24.1
8月10日	34.4	24.0	35.8	24.4
8月11日	35.3	23.6	36.1	25.2
8月12日	34.3	22.8	36.6	26.1
8月13日	35.6	23.3	37.5	27.6
8月14日	35.0	24.2	35.9	27.3
8月15日	35.7	25.0	30.3	26.2
8月16日	36.1	24.6	32.7	26.0
8月17日	35.9	24.7	33.1	23.9
8月18日	34.0	24.6	33.6	23.1
8月19日	34.4	25.0	28.6	25.3
8月20日	34.9	24.4	29.6	25.0
8月21日	34.5	24.4	31.9	25.1
8月22日	34.7	26.7	32.6	24.8
8月23日	33.7	26.3	30.6	23.9
8月24日	29.3	25.4	29.3	22.4
8月25日	32.3	25.1	28.9	20.1
8月26日	32.1	22.7	30.2	20.3
8月27日	31.3	20.5	25.7	22.0
8月28日	33.2	21.7	26.7	22.9
8月29日	30.1	24.5	28.9	21.1
8月30日	33.1	23.0	29.1	22.1
8月31日	33.7	23.1	29.3	20.7
平均	34.1	24.3	32.4	24.3

問. ～ に当てはまる数字を答えなさい。

盈子：1964年8月の猛暑日は 日、最低気温が25℃以上の日は 日あるわね。

進次：2019年8月の猛暑日は 日、最低気温が25℃以上の日は 日あるよ。

猛暑日は 年の方が 日多くて、最低気温が25℃以上の日は 年の方が 日多いことが分かるね。

盈子：さまざまなデータを比べることで分かることはたくさんあるのね。

計算用余白

—自由に使ってください—

4 盈子さんと進次くんは、数学クラブ顧問の藤井先生から次の問題を考えるように言われました。

問題 7^{2021} の一の位を求めなさい。

問. 次の文章を読んで、ア～スに当てはまる数字を答えなさい。ただし、解答が複数考えられる場合は、そのうちの最も小さい自然数を答えなさい。

盈子： 7^1 、 7^2 、 7^3 、 7^4 、 7^5 の一の位の数字は順に

ア、イ、ウ、エ、オになるね。

進次：アとオは同じ数字になるから、この先も

ア、イ、ウ、エが繰り返し現れるってことだよな。

盈子：4つの数字は何回繰り返されるのかな。

進次： $2021 \div 4$ を計算すると、商はカ、余りはキになるから、

$2021 = 4 \times$ カ $+$ キ $が成り立っているね。$

盈子：ということは、 7^1 、 7^2 、 7^3 、 7^4 、 7^5 、……、 7^{2021} の一の位の数字を順に並べると、ア、

イ、ウ、エがカ回繰り返されて、余りのキの分だけ続くから、

7^{2021} の一の位の数字はクだね。

2人は職員室の藤井先生に報告に行きました。

藤井先生：よく解いたね。正解だよ。

2人：やったあ。

藤井先生：今日はもう少し時間があるから、もう1問考えてみようか。

2人：お願いします。

2人は次の問題を考えるように言われました。

問題 一の位の数字が分からない5桁の自然数 $2021\Box$ が9の倍数であるとき、一の位の数字を求めよ。

進次：20210から20219の10個の自然数を全部9で割ったら分かりそうだけど、違う解き方で解くん
ですよ。

藤井先生：そうだね。工夫して解いてほしいな。じゃあ、ヒントを出そう。

5桁の自然数 N は、一万の位を a 、千の位を b 、百の位を c 、十の位を d 、一の位を e と
すると、 $N=10000a+1000b+100c+10d+e$
と表されるよね。これを変形するんだけど……。

盈子：待ってください。

$$\begin{aligned} N &= 10000a + 1000b + 100c + 10d + e \\ &= \boxed{\text{ケ}} \times (1111a + 111b + 11c + d) + a + b + c + d + e \end{aligned}$$

と変形するんじゃないですか？

進次：そうか。そう変形すると、 $\boxed{\text{ケ}} \times (1111a + 111b + 11c + d)$ は $\boxed{\text{ケ}}$ の倍数だから、
 N が9の倍数になるのは、 $a + b + c + d + e$ が $\boxed{\text{コ}}$ の倍数のときってことだね。

盈子：この問題において、 $a + b + c + d + e = \boxed{\text{サ}} + e$ だから、

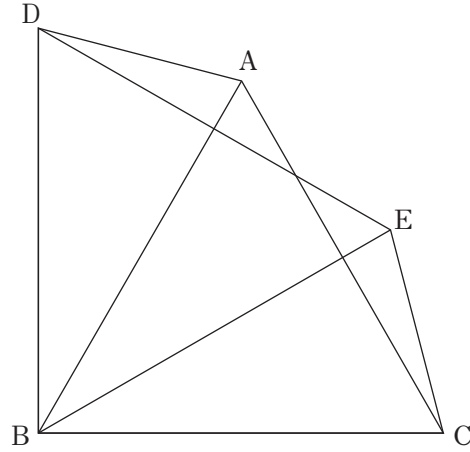
$2021\Box$ が9の倍数になる \Box の値は $\boxed{\text{シ}}$ だ。

藤井先生：正解。実は同じように考えてみると、 N が3の倍数になるのは、 $a + b + c + d + e$ が
 $\boxed{\text{ス}}$ の倍数のときってことも分かるんだよ。

他の場合もいくつか高校で習うから楽しみにしておいてね。

5 下の図のように、△DBEは、正三角形ABCを、点Bを中心にして回転させたものです、点Aが移動した点をD、点Cが移動した点をEとしたものです。

このとき、△ABD≡△CBEであることを次のように証明しました。□を埋めて、証明を完成させなさい。



【証明】

△ABDと△□ア□において

□イ□の辺の長さは等しいから

$$AB = \squareウ \dots ①$$

$$DB = \squareエ \dots ②$$

また、 $\angle ABD = \angle EBD - \angle \squareオ$

$$= \squareカ^\circ - \angle \squareオ \dots ③$$

$\angle CBE = \angle CBA - \angle \squareオ$

$$= \squareキ^\circ - \angle \squareオ \dots ④$$

③、④より

$$\angle ABD = \angle CBE \dots ⑤$$

①、②、⑤より、□ク□から

$$\triangle ABD \equiv \triangle CBE$$

計算用余白

—自由に使ってください—

6 大小2個のサイコロを同時に1回投げるとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 出た目の和が9になる確率を求めなさい。
- (2) 出た目の最大公約数が3になる確率を求めなさい。
- (3) 出た目の最小公倍数が10より大きくなる確率を求めなさい。

計算用余白

—自由に使ってください—

7

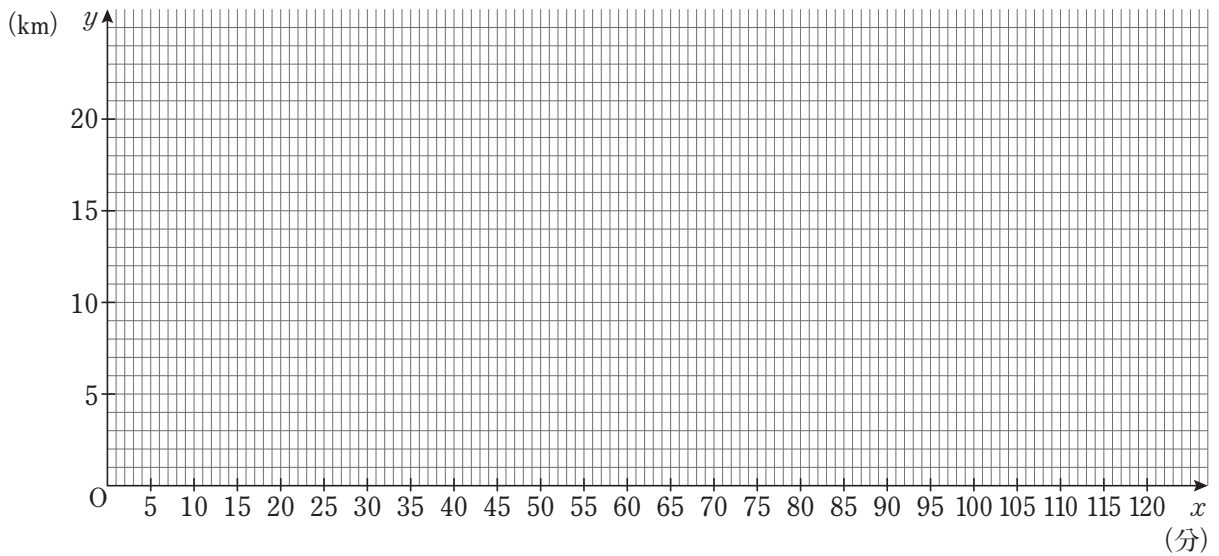
盈進高校から府中駅までは距離が20kmの一本道です。

彦左衛門は、自転車で盈進高校から府中駅に向かって時速12kmで移動します。途中、盈進高校から8km離れた病院で10分間休憩し、再び同じ速さで府中駅に向かって移動します。

バスは、府中駅から盈進高校に向かって時速48kmで移動します。盈進高校に到着すると10分間停車した後、府中駅に向かって時速50kmで移動します。

彦左衛門とバスが出発した時刻が12時だったとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 彦左衛門が盈進高校を出発してから x 分後の盈進高校から彦左衛門までの距離を y km とする。彦左衛門が盈進高校を出発してから府中駅に到着するまでの x と y の関係をグラフに表しなさい。



- (2) 彦左衛門が盈進高校を出発してから府中駅に到着するまでに、彦左衛門とバスが最初にすれ違う時刻を求めなさい。
- (3) 彦左衛門が盈進高校を出発してから府中駅に到着するまでに、彦左衛門とバスが2回目にすれ違うのは盈進高校から何km離れたところかを答えなさい。

計算用余白

—自由に使ってください—

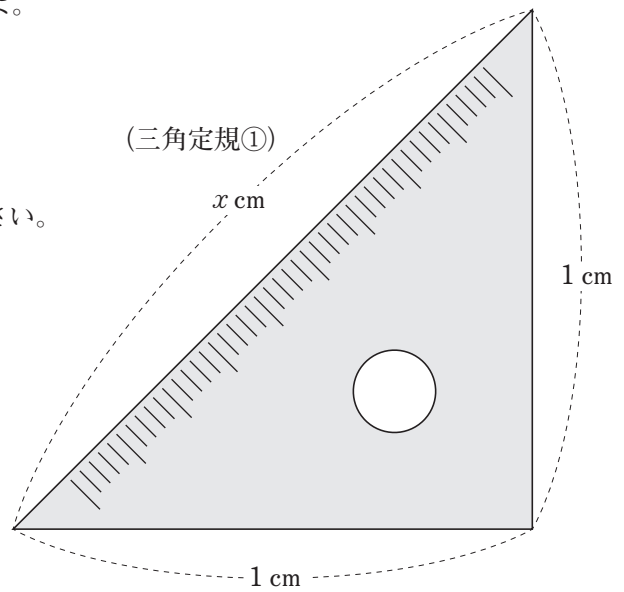
8 盈子さんと進次くんは、数学クラブ顧問の藤井先生から次の問題を考えるように言われました。

問題 右のような三角定規①の斜辺の長さを求めよ。

問. 次の文章を読んで、 ~ に

当てはまる数字を答えなさい。

また、 には、正方形の定義を答えなさい。

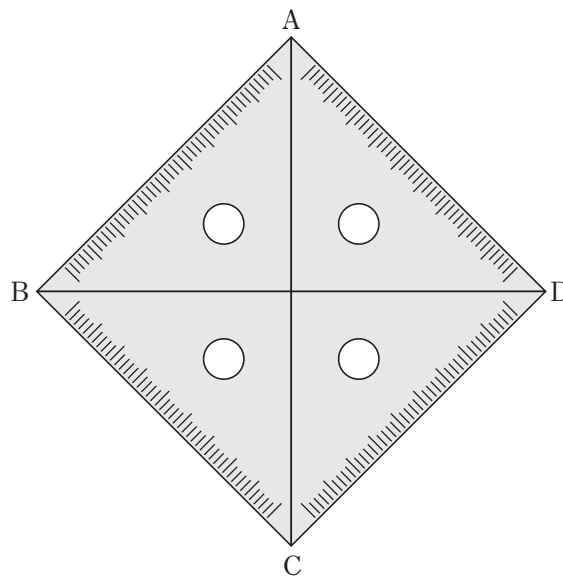


進次：どうやって求めればいいのか。藤井先生からは「ヒントなしで考えてみなさい。」って言われたから質問もできないしね。

盈子：そうよね。でも、藤井先生からは同じ三角定規①を4枚渡されたわ。

並べて考えてみなさいってことじゃないかしら。どう並べようかな。

進次：こんな風に並べてみたらどうかな。



盈子：どうしてそう思ったの？

進次：なんとなくなんだけど。でも、正方形ができたから何か前に進んだかなって思ったんだよ。面積をうまく使えないかなって思うんだけど。

盈子：面積か。三角定規①1枚の面積は cm^2 だから、この正方形の面積は cm^2 になるね。

進次：三角定規①の斜辺の長さを x cm として、この正方形の面積を x を用いて表すと cm^2 になることも分かるよね。

盈子：じゃあ、正方形の面積に関して = という方程式が作れるから、この方程式を解くと、三角定規①の斜辺の長さが求まるから……。

2人：三角定規①の斜辺の長さは cm だ。

2人は職員室の藤井先生に報告に行きました。

藤井先生：よく解いたね。正解だよ。ただし、本当はこの四角形が正方形になることを証明しないと
いけないんだよ。ちなみに、正方形の定義は何だったか、覚えていますか？

盈子： です。

藤井先生：そうです。ですから、四角形ABCDが であるかどうかの証明が必要なんだよ。

でもそれはまた別の機会にやってみましょう。

さて、三角定規はもう種類あるよね。その三角定規を使った問題も出すから考えてみて。

2人：分かりました。やってみます。

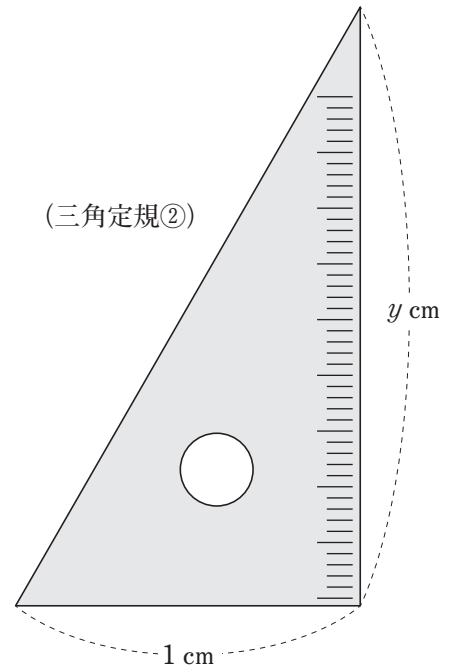
2人は次の問題を考えるように言われました。

問題 右のような三角定規②の高さを求めよ。

問. 次の文章を読んで、カ～コとスに

当てはまる数字を答えなさい。

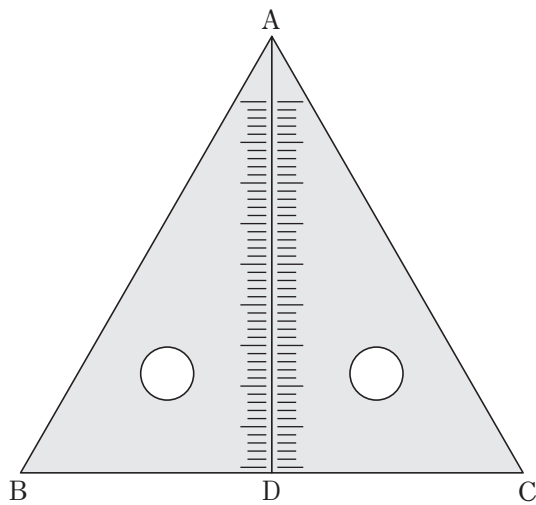
また、サ、シに当てはまる式を答えなさい。



藤井先生：今度は、三角定規②2枚を使って考えます。ちょっと難しいので、私がヒントを出しながら君たちに解いてもらいます。まず、最初のヒントです。

下のように2枚の三角定規②を並べると $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ なので三角形ABCができます。

では、下の図を参考にして三角定規②の斜辺の長さを求めてください。

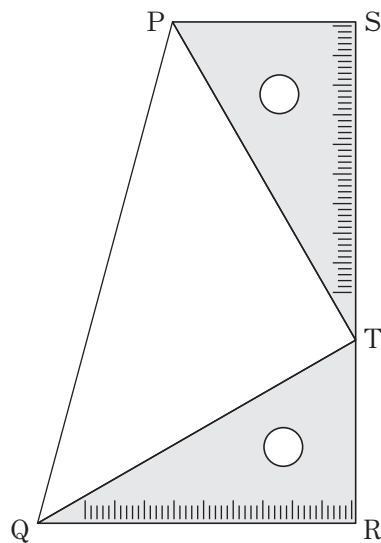


進次：この三角形って、正三角形なんじゃないかな？

盈子：確かに。三角定規の3つの角の大きさを、小さい順に °、°、°
だから、3つの角がすべて ° になるから正三角形だね。

進次：この三角形が正三角形になるということは、三角定規の斜辺の長さは cm です。

藤井先生：正解です。では次のヒントを出します。下のように、三角形2枚を並べ四角形PQRSを作ります。



盈子：じゃあ、台形の面積を考えていきましょうよ。三角定規②の高さを y cm として、台形の面積の公式で面積を y を用いて表すと cm^2 になるね。

進次：台形の面積は、3つの三角形 ($\triangle PQT$, $\triangle QRT$, $\triangle PTS$) の面積の和と考えることもできるよね。そう考えると、台形の面積を y を用いて表すと cm^2 になるよ。

盈子：台形の面積に関して = という方程式が作れるから、
この方程式を解くと、三角定規の高さは cm だ。

藤井先生：大正解。三角定規①の辺の比、 $1 : 1 : \text{エ}$ と、三角定規②の辺の比

$1 : \text{コ} : \text{ス}$ は、高校生で習う数学で、とても大切になってくる値なんだよ。

2人：藤井先生、私たち高校の数学が楽しみになってきました。

9 井戸の口から石を静かに落とします。石は落ち始めてから t 秒間に $5t^2$ m 落ちるものとします。石を落としてから、水面に着いた音が返ってくるまで $\frac{111}{17}$ 秒かかりました。音の速度を秒速340mとして、石が井戸の口から水面に着くまでの時間を x 秒とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 石が落ちる距離を x を用いて求めなさい。
- (2) 石が水面について、音が返ってきた時間を x を用いて求めなさい。
- (3) 井戸の口から水面までの距離を求めなさい。

計算用余白

—自由に使ってください—